Bohner | Ott | Deusch

Formelsammlung
für das Berufskolleg – Berufliches Gymnasium

Merkur
Verlag Rinteln

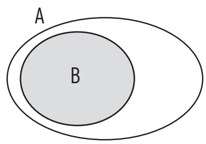
Mengen

$x \in A$: x ist ein **Element** der Menge A

$x \notin A$: x ist kein Element der Menge A

$B \subseteq A$: B ist **Teilmenge** von A:

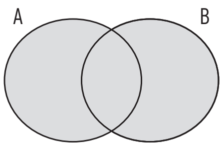
Jedes Element von B ist auch Element von A.



Mengenverknüpfungen

Vereinigungsmenge:

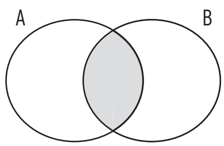
$A \cup B$ (A vereinigt B)



$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ oder } x \in B\}$

Schnittmenge:

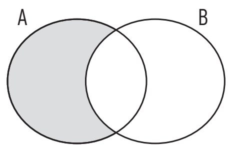
$A \cap B$ (A geschnitten B)



$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \in B\}$

Differenzmenge:

$A \backslash B$ (A ohne B)



$A \backslash B = \{x \mid x \in A \text{ und } x \notin B\}$

Zahlenmengen / Intervalle

$\mathbb{N} = \{0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen

$\mathbb{N}^* = \{1; 2; \ldots\}$ Menge der natürlichen Zahlen ohne Null; $\mathbb{N}^* = \mathbb{N}\backslash\{0\}$

* ohne Null

$\mathbb{Z} = \{\ldots; -1; 0; 1; 2; \ldots\}$ Menge der ganzen Zahlen

$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q};\ p \in \mathbb{Z};\ q \in \mathbb{N}^*\right\}$ Menge der rationalen Zahlen (Menge der Bruchzahlen)

$\mathbb{R}$ Menge der reellen Zahlen

$\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\backslash\{0\}$ Menge der reellen Zahlen ohne Null ($x \neq 0$)

$\mathbb{R}_+ = \mathbb{R}^{\geq 0}$ Menge der nicht negativen reellen Zahlen ($x \geq 0$): $\mathbb{R}_+ = [0; \infty)$

$\mathbb{R}_- = \mathbb{R}^{\leq 0}$ Menge der nicht positiven reellen Zahlen ($x \leq 0$): $\mathbb{R}_- = (-\infty; 0]$

$\mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}^{<0}$ Menge der negativen reellen Zahlen ($x < 0$): $\mathbb{R}_-^* = (-\infty; 0) = \mathbb{R}_-\backslash\{0\}$

$\mathbb{R}\backslash\mathbb{Q}$ Menge der irrationalen Zahlen: π; $\sqrt{2}$; e; ...

Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen $\mathbb{R}$

Geschlossenes Intervall: $[a; b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$

Offenes Intervall: $(a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$

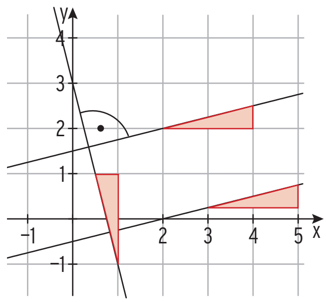
Halboffenes Intervall: $[a; b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$

Die Geraden mit den **Steigungen m_1** und **m_2**

- sind **parallel** zueinander: $m_1 = m_2$
- stehen aufeinander **senkrecht**

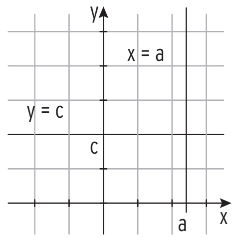
  (orthogonal zueinander):

  $m_1 \cdot m_2 = -1 \Leftrightarrow m_2 = -\frac{1}{m_1}$; $m_1 \neq 0$



Die **Gerade** mit **y = c** verläuft **parallel zur x-Achse.** Sie hat die Steigung Null.

Die **Gerade** mit **x = a** verläuft **parallel zur y-Achse.**



Quadratische Funktion – Parabel

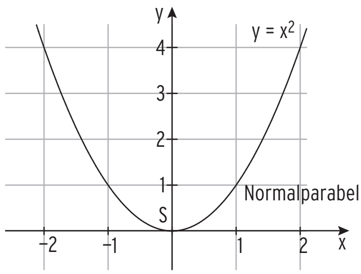
Ganzrationale Funktion f 2. Grades

mit $f(x) = ax^2 + bx + c$; $a \neq 0$; $x \in \mathbb{R}$

(quadratische Funktion)

Normalparabel: $y = x^2$

mit Scheitel $S(0 \mid 0)$



Funktionsterm f(x) in

Hauptform: $f(x) = ax^2 + bx + c$

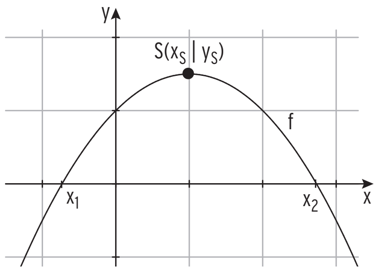
(Normalform)

Scheitelform: $f(x) = a(x - x_S)^2 + y_S$

$S(x_S|y_S)$ Scheitelpunkt

Produktform: $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$

x_1, x_2 sind die Nullstellen von f.

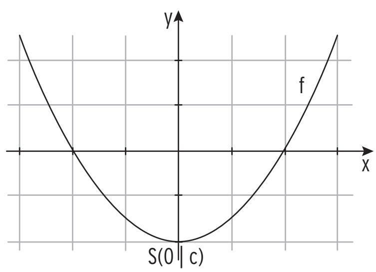


Symmetrie

zur y-Achse: $f(x) = ax^2 + c$

mit Scheitel $S(0 \mid c)$

Bedingung: $f(x) = f(-x)$



Exponentialgleichung

Lösungsverfahren	Beispiele	
• Logarithmieren	$e^{bx} = c$; $b \neq 0$; $c > 0$ $bx = \ln(c)$ $x = \frac{\ln(c)}{b}$	$e^{2x} - 3 = 0$ $e^{2x} = 3$ $2x = \ln(3)$ $x = \frac{\ln(3)}{2}$
• Satz vom Nullprodukt	$e^x (bx + c) = 0$ $bx + c = 0 \quad (e^x \neq 0)$ $e^{2x}(ax^2 + bx + c) = 0$ $ax^2 + bx + c = 0 \quad (e^{2x} \neq 0)$	$e^x \cdot (4x + 2) = 0$ $4x + 2 = 0 \quad (e^x \neq 0)$ $x = -0{,}5$
• Ausklammern und Satz vom Nullprodukt	$e^{2x} - ae^x = 0$ $e^x(e^x - a) = 0$ $e^x - a = 0 \quad (e^x \neq 0)$	$e^{2x} - 5e^x = 0$ $e^x(e^x - 5) = 0$ $e^x - 5 = 0 \quad (e^x \neq 0)$ $x = \ln(5)$
• Substitution	$ae^{2x} + be^x + c = 0$ $u = e^x$ $au^2 + bu + c = 0$ Lösungen in u Rücksubstitution für $u > 0$ $ae^{-2x} + be^{-x} + c = 0$ $u = e^{-x}$ $au^2 + bu + c = 0$	$e^{2x} + e^x - 2 = 0$ $u^2 + u - 2 = 0$ $u_1 = 1$; $u_2 = -2$ $e^x = -2$ hat keine Lösung $e^x = 1$ $x = 0$