Ott | Rosner

Abiturprüfung in Mathematik

Analysis, Stochastik, Lineare Algebra

Erhöhtes Anforderungsniveau (eAN)

Berufliches Gymnasium

Baden-Württemberg

2025

mit Lernvideos

Schülergerechte Lösungen

Merkur
Verlag Rinteln

Wirtschaftswissenschaftliche Bücherei für Schule und Praxis
Begründet von Handelsschul-Direktor Dipl.-Hdl. Friedrich Hutkap †

Verfasser:

Roland Ott
Studium der Mathematik an der Universität Tübingen

Stefan Rosner
Lehrauftrag Mathematik an der Kaufmännischen Schule Schwäbisch Hall
Studium der Mathematik an der Universität Mannheim

* * * * *

Umschlag Bild: © frhuynh - Fotolia.com

2. Auflage 2024

Gesamtherstellung:
MERKUR VERLAG RINTELN Hutkap GmbH & Co. KG, 31735 Rinteln

E-Mail: info@merkur-verlag.de
lehrer-service@merkur-verlag.de
Internet: www.merkur-verlag.de

Merkur-Nr. 0389-02
ISBN 978-3-8120-1136-5

Vorwort

Diese Aufgabensammlung richtet sich exakt nach der Prüfungsordnung für berufliche Gymnasien in Baden-Württemberg.
Die Aufgaben dienen zur Vorbereitung auf das Abitur 2025 und decken den gesamten Prüfungsstoff (Analysis, Stochastik, Vektorgeometrie) ab.

Auch zum neuen Prüfungsformat **Problemlösen** sind eine Vielzahl Aufgaben enthalten.
Die Einteilung nach Themengebieten und der Zulässigkeit von Hilfsmitteln ermöglicht ein gezieltes Üben.
Beispielaufgaben im Prüfungsumfang gewährleisten eine optimale Vorbereitung für die Abiturprüfung.

Eine Anzahl geeigneter Abituraufgaben früherer Jahre wurde von den Autoren umgearbeitet, ergänzt und so verändert, dass sie auch in der Frage- und Aufgabenstellung für die Abiturprüfung 2025 relevant sind.
Auch der Miteinbeziehung der IQB-Aufgaben in künftige Abiturjahrgänge wird Rechnung getragen. Die **Originalmusterprüfungsaufgabe** der Abiturkommision ist ebenfalls enthalten.

Da die Aufgabensammlungen allen Schülern und Schülerinnen bei der Vorbereitung auf das schriftliche Abitur helfen sollen, sind zu allen Aufgaben ausführliche Lösungen angegeben.

Auch **Videos** sind enthalten und tragen zu einem besseren Verständnis bei.
Auf diese kann über eine Kurzadresse oder einen QR-Code zugegriffen werden.
Der Abiturmodus wird ausführlich dargestellt.

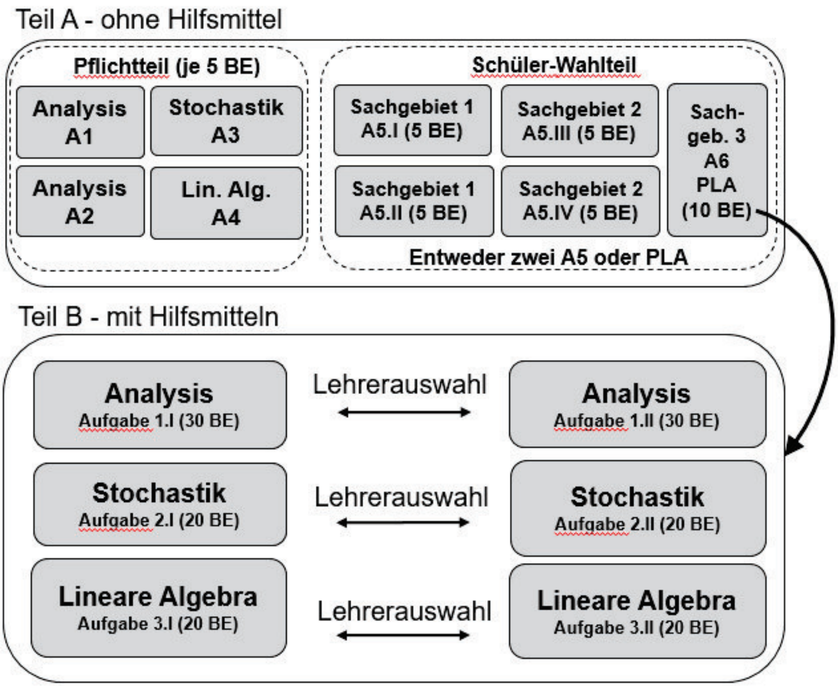
Autoren und Verlag wünschen viel Glück und Erfolg bei der Abiturprüfung.

Inhaltsverzeichnis

Ablauf der Abiturprüfung 2025 in Mathematik

www.mvurl.de/t8y9

Erhöhtes Anforderungsniveau (eAN) - Übersicht



* Sachgebiete sind Analysis, Stochastik, Lineare Algebra

Erläuterungen:

Teil A (ohne Hilfsmittel)

In diesem Prüfungsteil sind keine Hilfsmittel zugelassen.
Insgesamt sind hier maximal 30 BE (Bewertungseinheiten) erreichbar. Dabei sind 10 BE Schülerwahl. Der Anteil (in BE) an Stochastik, bzw. Linearer Algebra ist jedoch jeweils nicht größer als der Anteil an Analysis.
Im Pflichtteil müssen alle Aufgaben bearbeitet werden. Dies sind die Aufgaben mit den Nummern 1 bis 4. Für die anschließenden Aufgaben besteht eine Schülerauswahl. Es sind dies die Aufgaben mit den Nummern 5 bzw. 6.
Die Schülerinnen und Schüler wählen genau zwei der vier Aufgaben Nr. 5 aus (insgesamt 10 BE). Diese können aus demselben Sachgebiet sein.

Alternativ zu den beiden Aufgaben Nr. 5 kann die Problemlöse-Aufgabe (Nr. 6) mit 10 BE gewählt werden.Diese Problemlöse-Aufgabe deckt dabei das dritte, nicht von den Aufgaben Nr. 5 abgedeckte Sachgebiet ab.
Die Aufgaben der Linearen Algebra können sowohl das Themengebiet Vektorgeometrie als auch das Themengebiet Matrizen enthalten.

Teil B (mit Hilfsmittel)
In diesem Prüfungsteil sind als Hilfsmittel der in BW zugelassene wissenschaftliche Taschenrechner (WTR), sowie die für die beruflichen Schulen (BS) in BW eingeführte Merkhilfe (ohne Handbuch bzw. Einlegeblatt) erlaubt.
Weitere Hilfsmittel sind nicht zulässig.
Für jedes der drei Sachgebiete werden zwei Aufgaben vorgelegt.
Es besteht Auswahl durch die Fachlehrkraft. Aus jedem der drei Sachgebiete wird genau eine Aufgabe ausgewählt.
Im Sachgebiet Analysis sind maximal 30 BE erreichbar. In den Sachgebieten Stochastik und Lineare Algebra sind jeweils maximal 20 BE erreichbar.

Ablauf der schriftlichen Prüfung
Zu Prüfungsbeginn stehen den Schülerinnen und Schülern alle Aufgaben (d.h. Teil A und Teil B der Prüfung) zur Bearbeitung zur Verfügung.
Die Schülerinnen und Schüler entscheiden selbst über den Zeitpunkt der Abgabe der Bearbeitungen zum Teil A. Dieser Zeitpunkt muss im eAN innerhalb der ersten 110 Minuten nach Prüfungsbeginn sein.
Wird vom Prüfling aus Teil A die Option PLA (Aufgabe 6) gewählt, so besteht die Möglichkeit diese Aufgabe in Teil B zu bearbeiten und die zugelassenen Hilfsmittel für die Bearbeitung dieser Aufgabe auch einzusetzen.
Die zugelassenen Hilfsmittel (WTR und Merkhilfe) bekommen die Prüflinge genau dann, wenn die Bearbeitungen von Teil A (ggf. ohne PLA) unwiderruflich abgegeben worden sind. Sie werden den Schülerinnen und Schülern zur Bearbeitung von Teil B (und ggf. der PLA) ausgehändigt.
Die gesamte Arbeitszeit beträgt im eAN 300 Minuten.
Darin enthalten sind 30 Minuten Auswahlzeit (für die Schülerauswahl in Teil A) und max. 110 Minuten für die Bearbeitung von Teil A.

Umrechnung der Bewertungseinheiten (BE) in Notenpunkte - 100 BE Tabelle																
BE	100 -95	94 - 90	89 - 85	84 - 80	79 - 75	74 - 70	69 - 65	64 - 60	59 - 55	54 - 50	49 - 45	44 - 40	39 - 33	32 - 27	26 - 20	19 - 0
Notenpunkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

I Hilfsmittelfreier Teil der Abiturprüfung

1 Aufgabensätze Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel **Lösungen Seite 21-24**

(30 Bewertungseinheiten (BE))

Aufgabe 1 Analysis **BE**

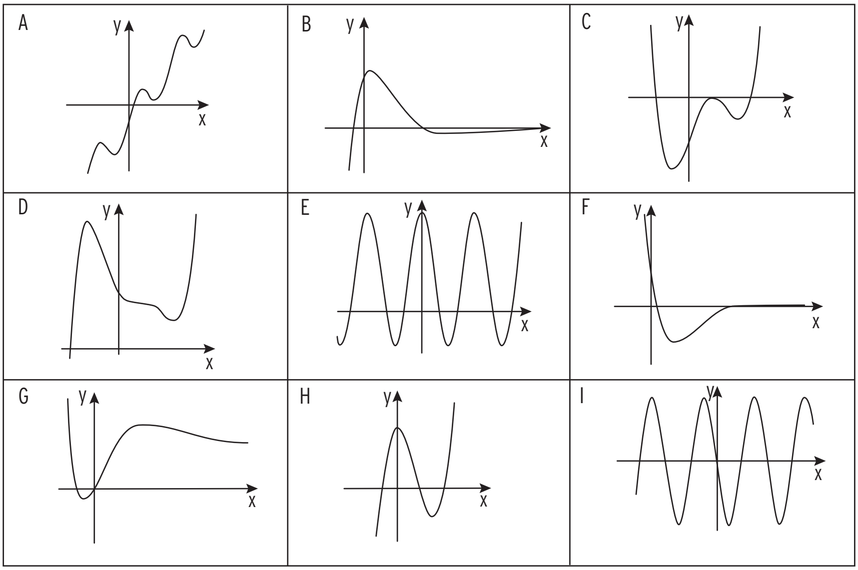
a Erläutern Sie anhand einer Skizze, ob das Integral $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin(x)dx$ größer, kleiner oder gleich Null ist. 2

b Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = \cos(2x)$, $x \in \mathbb{R}$. 3
Geben Sie die Periode von f an.
Bestimmen Sie eine Lösung der Gleichung $\cos(2x) = -1$.

$\overline{5}$

Aufgabe 2 Analysis

Die Abbildungen zeigen Schaubilder von drei Funktionen sowie deren zugehörigen ersten und zweiten Ableitungen. Ordnen Sie jeweils dem Schaubild der Funktion das Schaubild ihrer ersten und zweiten Ableitung zu:



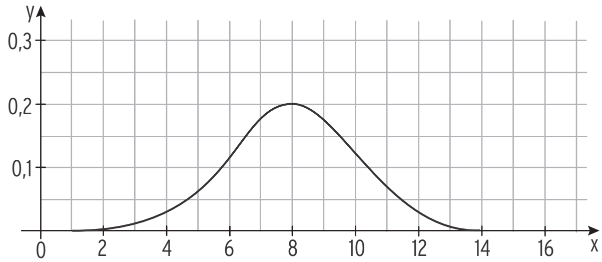
$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 3 Stochastik

BE

Die Abbildung zeigt den Graphen der Dichtefunktion der normalverteilten Zufallsgröße A.



a Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert aus dem Intervall [6;10] annimmt, beträgt etwa 68%. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass A einen Wert annimmt, der größer als 10 ist. 2

b Die Zufallsgröße B ist ebenfalls normalverteilt; der Erwartungswert von B ist ebensogroß wie der Erwartungswert von A, die Standardabweichung von B ist größer als die Standardabweichung von A. Skizzieren Sie in der Abbildung einen möglichen Graphen der Dichtefunktion von B. 3

$\overline{5}$

Aufgabe 4 Lineare Algebra

Gegeben sind die Ebenen E_1 und E_2 mit

E_1: $6x_1 - x_2 - 4x_3 = 12$ und E_2: $-3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = -6$.

Die Punkte A(2| 0|0) und B(0| 0| − 3) liegen in beiden Ebenen.

a Begründen Sie, dass die Ebenen E_1 und E_2 nicht identisch sind. 1

b Ermitteln Sie die Koordinaten eines von A und B verschiedenen Punktes, der ebenfalls in beiden Ebenen liegt. 2

c In der Gleichung von E_2 soll genau ein Koeffizient so geändert werden, dass eine Gleichung der Ebene E_1 entsteht. 2

Geben Sie diese Änderung an und begründen Sie Ihre Antwort.

$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Aufgabe 5 (Auswahl I) **BE**

Für eine Funktion f gilt:

(1) $f'(x) = 0$ für $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$

(2) $f''(-2) = -3$

(3) $f''(1) = 3$

(4) $f(-2) = \frac{19}{3}$

(5) $f(1) = \frac{11}{6}$

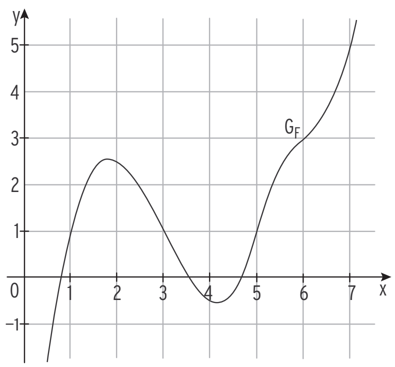
Welche Aussagen lassen sich daraus für das Schaubild von f treffen?

$\overline{5}$

Aufgabe 5 (Auswahl II)

Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und F, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

Die Abbildung zeigt den Graphen G_F von F.



a Bestimmen Sie den Wert des Integrals $\int_1^7 f(x)dx$. 2

b Bestimmen Sie den Funktionswert von f an der Stelle 1. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung. 3

$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

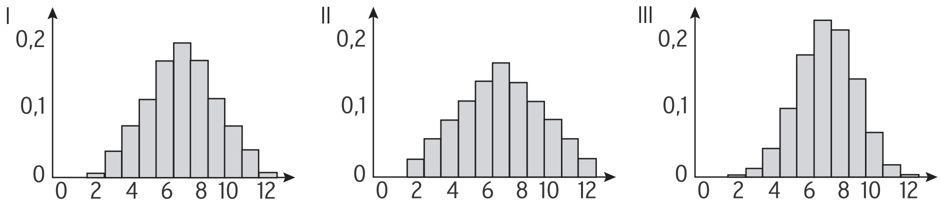
Aufgabe 5 (Auswahl III) BE

Gegeben sind die im Folgenden beschriebenen Zufallsgrößen X und Y:

- Ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind, wird zweimal geworfen. X gibt die dabei erzielte Augensumme an.
- Aus einem Behälter mit 60 schwarzen und 40 weißen Kugeln wird zwölfmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Y gibt die Anzahl der entnommenen schwarzen Kugeln an.

a Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit $P(X = 4)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ übereinstimmt. 2

b Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Y werden jeweils durch eines der folgenden Diagramme **I**, **II** und **III** dargestellt. Ordnen Sie X und Y jeweils dem passenden Diagramm zu und begründen Sie Ihre Zuordnung. 3



$\overline{5}$

Aufgabe 5 (Auswahl IV)

a Eine Laplace-Münze wird dreimal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal Zahl und einmal Bild? 2

b Ein Würfel wird 20-mal geworfen. Mit welcher Wahrscheinlichkeit erzielt man zweimal die Augenzahl 3? Geben Sie eine Term an. 1

c Die Zufallsvariable X hat folgende Wahrscheinlichkeitsverteilung: 2

x_i	-3	-1	0	5
$P(X = x_i)$	0,2	u	w	0,2

Der Erwartungswert von X beträgt 0,2.

Berechnen Sie u und w.

$\overline{5}$

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.

Aufgabe 6 Stochastik **BE**

Sie werden zu einem Spiel herausgefordert: Eine reguläre Münze wird immer wieder aufs Neue geworfen. Sobald jedoch dreimal hintereinander die Zahl-Seite oben liegt, hat Ihr Gegner das Spiel gewonnen. 10

Natürlich möchten Sie das Spiel gewinnen.

Sie dürfen sich eine beliebige aus drei aufeinanderfolgenden Ergebnissen bestehende Sequenz (z.B. Zahl – Kopf – Zahl) auswählen.

Sobald diese Sequenz auftaucht, haben Sie gewonnen.

Welche Sequenz wählen Sie? Erläutern Sie Ihre Wahl.

10

Aufgabensatz II Teil A ohne Hilfsmittel

(30 Bewertungseinheiten (BE)) **Lösungen Seite 25-29**

Aufgabe 1 Analysis

BE

a Lösen Sie die Gleichung $3 - e^x = \frac{2}{e^x}$. 2

b Der Graph der Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - x$ besitzt einen Wendepunkt. Zeigen Sie, dass $y = x - \frac{4}{3}$ eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt ist. 3

$\overline{5}$

Aufgabe 2 Analysis

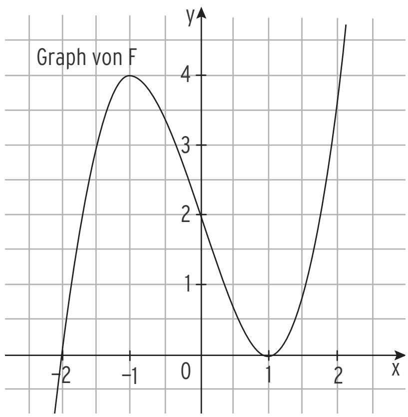
Die Abbildung zeigt den Graphen einer Stammfunktion F einer Funktion f.
Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.
Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung.

(1) $f(1) = F(1)$

(2) $\int_0^2 f(x)dx = 4$

(3) f' besitzt im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ eine Nullstelle.

(4) $f(F(-2)) > 0$



$\overline{5}$

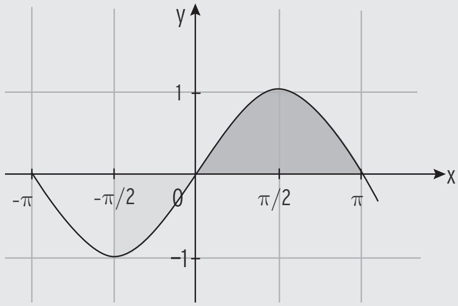
Lösungen Aufgabensätze Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabensatz I   Teil 1 ohne Hilfsmittel   Aufgaben Seite 7-11

Aufgabe 1 Analysis

a Skizze:

$$\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sin(x)dx > 0$$



Die Fläche oberhalb der x-Achse ist größer als die Fläche unterhalb der x-Achse. Daher ist der Integralwert positiv.

b $f(x) = \cos(2x),\ x \in \mathbb{R}$

Periode von f: $p = \frac{2\pi}{2} = \pi$

Lösung der Gleichung $\cos(2x) = -1$:

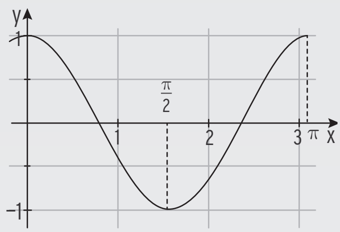
Substitution $2x = z$ ergibt $\cos(z) = -1$

Eine Lösung dieser Gleichung ist $z = \pi$.

Mit $2x = \pi$ ergibt sich $x = \frac{\pi}{2}$.

oder direkt aus einer Skizze:

Skizze von K_f:



Aufgabe 2 Analysis

Funktion	Schaubild von f	Schaubild von f′	Schaubild von f″
1	A	E	I
2	D	C	H
3	G	B	F

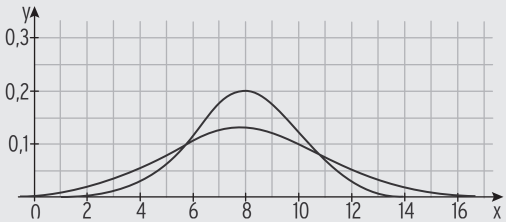
Hinweis: Extremstellen von f sind Nullstellen von f′ mit VZW
Wendestellen von f sind Extremstellen von f′.

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 3 Stochastik

a $\frac{100\% - 68\%}{2} = 16\%$

b



Aufgabe 4 Lineare Algebra

a Eine Punktprobe liefert die Begründung.

Z. B.: P(0 |− 12 |0) oder P(0 | − 6 | − 1,5) liegt auf E_1, aber nicht auf E_2

oder $\left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -1 & -4 & 12 \\ -3 & 5 & 2 & -6 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 6 & -1 & -4 & 12 \\ 0 & 9 & 0 & 0 \end{array}\right)$ $\quad x_2 = 0$

Das LGS ist mehrdeutig lösbar, die beiden Ebenen schneiden sich,

sind also nicht identisch.

b Alle Punkte auf der Geraden (AB) sind gemeinsame Punkte von E_1 und E_2

Gleichung der Geraden g durch A und B:

$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix};\ r \in \mathbb{R}$

Z. B. ergibt sich für r = 1 der Punkt C(4 | 0 | 3), der auf beiden Ebenen liegt.

c Der Koeffizient 5 ist in 0,5 zu verändern.

Multipliziert man die veränderte Koordinatengleichung für E_2 mit − 2, dann ergibt sich die Koordinatengleichung für E_1 .

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 5 Auswahl I

Bedeutung der einzelnen Bedingungen

(1) waagrechte Tangente in $x_1 = -2$ und $x_2 = 1$

(2) $x_1 = -2$ ist Maximalstelle

(3) $x_2 = 1$ ist Minimalstelle

(4) Kurvenpunkt $H(-2 \mid \frac{19}{3})$

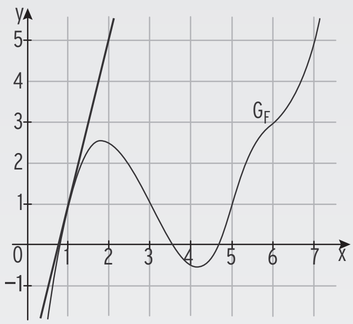
(5) Kurvenpunkt $T(1 \mid \frac{11}{6})$

Aussagen über das Schaubild von f: Das Schaubild besitzt den Hochpunkt $H(-2 \mid \frac{19}{3})$ und den Tiefpunkt $T(1 \mid \frac{11}{6})$.

Aufgabe 5 Auswahl II

a $\int_1^7 f(x)dx = F(7) - F(1) = 5 - 1 = 4$

b $f(1) = F'(1) = 4$



Aufgabe 5 Auswahl III

a Bei Verwendung des Ergebnisraums {(1;1),(1;2),...,(2;1),...,(6;6)} bestehen beide betrachteten Ereignisse jeweils aus drei Ergebnissen.

b Da die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y asymmetrisch ist, kommt dafür nur das Diagramm III infrage. Die Wahrscheinlichkeit $P(X = 3)$ ist doppelt so groß wie die Wahrscheinlichkeit $P(X = 2)$. Folglich wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X durch das Diagramm II dargestellt.

Aufgabensatz I Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgabe 5 Auswahl IV

a B: Bild Z: Zahl mit P(B) = P(Z) = 0,5

Ereignis A: Zweimal Z und einmal B.

$P(A) = P(BZZ) + P(ZBZ) + P(ZZB) = 3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{3}{8}$

b X: Anzahl der Würfe mit AZ = 3 bei n = 20 Würfen; $P(AZ = 3) = \frac{1}{6}$

$P(X = 2) = \binom{20}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^{18}$

c E(X) = 0,2

$-3 \cdot 0{,}2 + (-1) \cdot u + 0 \cdot w + 5 \cdot 0{,}2 = 0{,}2$ für u = 0,2

Ferner gilt für u = 0,2: $0{,}2 + 0{,}2 + w + 0{,}2 = 1$

Somit ist w = 0,4 .

Aufgabe 6 Problemlöseaufgabe Stochastik

Sie wählen die Sequenz Kopf – Zahl – Zahl und gewinnen damit das Spiel mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{7}{8}$.

Begründung:

Es entsteht eine Folge aus den beiden Möglichkeiten Kopf oder Zahl, beispielsweise bei fünf Würfen die Folge: Kopf – Zahl – Kopf – Kopf – Zahl.

Gesucht ist nun die Stelle in dieser Folge, an welcher zum ersten Mal die Sequenz Zahl – Zahl – Zahl auftaucht.

Fall 1: Dies passiert gleich zu Beginn.
In diesem Fall hat Ihr Gegner gewonnen. Die Wahrscheinlichkeit hierfür beträgt $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$.

Fall 2: Dies passiert nicht gleich zu Beginn, sondern später in der Folge.
Wir gehen zu dieser erstmals in der Folge auftretenden Sequenz Zahl – Zahl – Zahl und betrachten das Ergebnis des Münzwurfs unmittelbar davor. Dieses muss zwingend Kopf sein. In diesem Fall gewinnen stets Sie, da die Sequenz Kopf – Zahl – Zahl auftritt.
Somit gewinnen Sie das Spiel mit einer Wahrscheinlichkeit von $\frac{7}{8}$.

Aufgabensatz II Teil A ohne Hilfsmittel

Aufgaben Seite 12-16

Aufgabe 1 Analysis

a Gleichung $3 - e^x = \frac{2}{e^x} \quad | \cdot e^x$

$3e^x - e^{2x} = 2$

Substitution: $u = e^x$ $\quad 3u - u^2 - 2 = 0$ bzw. $u^2 - 3u + 2 = 0$

Lösung z. B. mit Formel: $u_1 = 1;\ u_2 = 2$

Rücksubstitution: $u_1 = e^x = 1 \Rightarrow x_1 = 0$

$u_2 = e^x = 2 \Rightarrow x_2 = \ln(2)$

b $f(x) = -\frac{1}{6}x^3 + x^2 - x;\ f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 1;\ \ f''(x) = -x + 2;\ \ f'''(x) = -1$

Wendepunkt: $f''(x) = 0$ $\quad x = 2$

Mit $f(2) = \frac{2}{3}$ und $f'''(2) = -1 \neq 0$ ergibt sich der Wendepunkt $W(2 \mid \frac{2}{3})$

Punktprobe mit W in $y = x - \frac{4}{3}$: $\quad \frac{2}{3} = 2 - \frac{4}{3}$ wahr

$f'(2) = 1$ (Steigungen stimmen überein)

$y = x - \frac{4}{3}$ ist eine Gleichung der Tangente in diesem Wendepunkt.

Aufgabe 2 Analysis

(1) Die Aussage ist wahr;

T $(1 \mid 0)$ ist Tiefpunkt des Graphen von F, also gilt $F(1) = 0$

und auch $F'(1) = f(1) = 0$

(2) Die Aussage ist falsch; es ist $\int_0^2 f(x)dx = F(2) - F(0) = 4 - 2 = 2 \neq 4$

(3) Die Aussage ist wahr; F besitzt im Bereich $-1 \leq x \leq 1$ eine Wendestelle,

somit besitzt $F'' = f'$ eine Nullstelle in diesem Bereich

(4) Die Aussage ist falsch; $F(-2) = 0;\ \ f(F(-2)) = f(0) = F'(0) < 0$

II Teil B der Abiturprüfung mit Hilfsmittel

Übungsaufgaben im Prüfungsumfang 2024

Teil 2 Analysis

Auszug aus der Merkhilfe

5 Analysis

Änderungsrate

Durchschnittliche / Mittlere Änderungsrate im Intervall $[x_0; x_1]$ $\qquad \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$

Momentane / Lokale Änderungsrate (Ableitung) an der Stelle x_0 $\qquad f'(x_0) = \lim\limits_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$

Ableitungsregeln

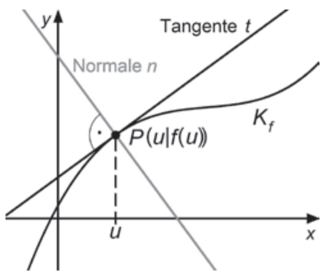
Summenregel	$f(x) = u(x) + v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) + v'(x)$
Faktorregel	$f(x) = a \cdot u(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = a \cdot u'(x)$
Kettenregel	$f(x) = u(v(x))$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(v(x)) \cdot v'(x)$
Produktregel	$f(x) = u(x) \cdot v(x)$	$\Rightarrow$	$f'(x) = u'(x) \cdot v(x) + u(x) \cdot v'(x)$

Spezielle Ableitungen / Stammfunktionen mit $C \in \mathbb{R}$

$f(x) = x^k$	$f'(x) = k \cdot x^{k-1}$	$F(x) = \frac{1}{k+1} \cdot x^{k+1} + C$ mit $k \neq -1$
$f(x) = e^{bx}$	$f'(x) = b \cdot e^{bx}$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot e^{bx} + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \sin(bx)$	$f'(x) = b \cdot \cos(bx)$	$F(x) = -\frac{1}{b} \cdot \cos(bx) + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$
$f(x) = \cos(bx)$	$f'(x) = -b \cdot \sin(bx)$	$F(x) = \frac{1}{b} \cdot \sin(bx) + C$ mit $b \in \mathbb{R}^*$

Tangente und Normale

Tangentensteigung	$m_t = f'(u)$
Tangentengleichung	$y = f'(u)(x - u) + f(u)$
Normalensteigung	$m_n = \frac{-1}{f'(u)}$
Normalengleichung	$y = \frac{-1}{f'(u)}(x - u) + f(u)$



Auszug aus der Merkhilfe

Merkhilfe Mathematik für die Sekundarstufe II an beruflichen Schulen in Baden-Württemberg

Untersuchung von Funktionen und ihren Schaubildern

Symmetrie	K_f ist symmetrisch zur y-Achse K_f ist symmetrisch zum Ursprung	$f(-x) = f(x)$ für alle x $f(-x) = -f(x)$ für alle x
Monotonie	f steigt monoton im Intervall J f fällt monoton im Intervall J	$f'(x) \geq 0$ im Intervall J $f'(x) \leq 0$ im Intervall J
Krümmung	K_f ist im Intervall J linksgekrümmt K_f ist im Intervall J rechtsgekrümmt	$f''(x) \geq 0$ im Intervall J $f''(x) \leq 0$ im Intervall J
Hochpunkt	K_f hat den Hochpunkt $H\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$	$f'(x_0) = 0$ und VZW +/- von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0) < 0$
Tiefpunkt	K_f hat den Tiefpunkt $T\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$	$f'(x_0) = 0$ und VZW -/+ von $f'(x)$ bei x_0 oder $f''(x_0) > 0$
Wendepunkt	K_f hat den Wendepunkt $W\left(x_0 \middle| f(x_0)\right)$	$f''(x_0) = 0$ und VZW von $f''(x)$ bei x_0 oder $f'''(x_0) \neq 0$

Berechnung bestimmter Integrale

$\int_a^b f(x)\,dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)$, wobei F eine Stammfunktion von f ist.

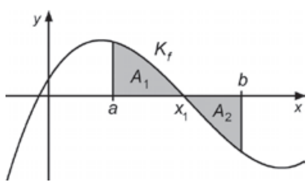
Flächenberechnung

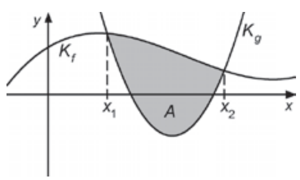
$$A_1 = \int_a^{x_1} f(x)\,dx$$

$$A_2 = -\int_{x_1}^{b} f(x)\,dx$$

$$A = \int_{x_1}^{x_2} (f(x) - g(x))\,dx$$

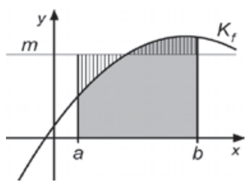
falls $f(x) \geq g(x)$ für $x \in [x_1; x_2]$





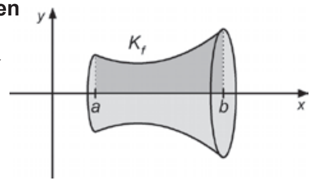
Mittelwert

$$m = \frac{1}{b-a}\int_a^b f(x)\,dx$$



Rotationsvolumen

$$V = \pi \cdot \int_a^b (f(x))^2\,dx$$



Die Merkhilfe stellt keine Formelsammlung im klassischen Sinn dar. Bezeichnungen werden nicht vollständig erklärt und Voraussetzungen für die Gültigkeit der Formeln in der Regel nicht dargestellt.

Mathematik Abitur Teil B: Mit Hilfsmittel

Hinweis: In der Abiturprüfung 2025 hat die Analysis-Aufgabe nur noch 30 Bewertungseinheiten (BE)

Lösungen Seite 87 - 100

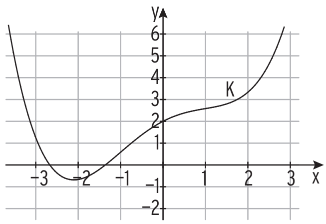
Aufgabe 1 - Aufgabe mit 40 Punkten **BE**

1.1 Das Schaubild einer Polynomfunktion 4. Grades geht durch den Punkt $S(0 \mid 2)$ und hat den Wendepunkt $W(1 \mid \frac{31}{12})$. Die Gerade im Kurvenpunkt $P(-3 \mid \frac{5}{4})$ hat die Steigung $\frac{1}{5}$ und schneidet das Schaubild senkrecht. 5

Stellen Sie ein LGS zur Bestimmung des Funktionsterms auf.

1.2 Gegeben ist die Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{2}x^2 + x + 2;\ x \in \mathbb{R}$.
Das Schaubild von f heißt K .

1.2.1 Berechnen Sie die Koordinaten der Wendepunkte von K. 6
Zeigen Sie: Die Tangente an K im Schnittpunkt mit der y-Achse ist parallel zu der Geraden durch die Wendepunkte.



1.2.2 Die Gerade mit der Gleichung $y = x + 2$ schließt mit K zwei Flächenstücke ein. Berechnen Sie den Inhalt eines der beiden Flächenstücke. 6
Markieren Sie die berechnete Fläche in einer Skizze.

1.3 C ist das Schaubild der Funktion h mit

$$h(x) = 3\sin(x - 3);\ x \in \mathbb{R}.$$

Wie entsteht das Schaubild C aus dem Schaubild der Funktion k mit $k(x) = \sin(x)$? 5
Geben Sie zwei Schnittpunkte mit der x-Achse, einen Hoch- und einen Tiefpunkt von C an.

Mathematik Abitur Teil B: Mit Hilfsmittel

Analysis

Aufgabe 1 (Fortsetzung)

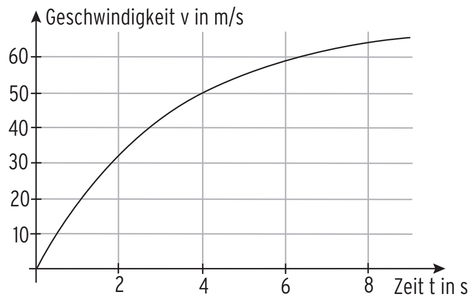
BE

2.1 Gegeben ist die Funktion g durch $g(x) = 3e^{-x}$; $x \in \mathbb{R}$.

2.1.1 Das Schaubild von g, die beiden Koordinatenachsen und die Gerade mit der Gleichung $x = 2{,}5$ begrenzen eine Fläche. Zeigen Sie, für den Inhalt dieser Fläche gilt $A = 3 - 3 \cdot e^{-2{,}5}$. 4

2.1.2 Die Fläche aus 2.1.1 rotiert um die x-Achse. Dabei entsteht ein Rotationskörper. Der Rotationskörper wird so durchbohrt, dass die Bohrachse mit seiner Symmetrieachse übereinstimmt. Diese Bohrung hat den Durchmesser 1. Welches Volumen hat der Restkörper? 5

3 Bei einem Beschleunigungsrennen (Drag Race) versuchen die Teilnehmer mit ihren Rennwagen eine kurvenfreie Strecke in möglichst kurzer Zeit zurückzulegen. Der Bordcomputer des Fahrzeuges eines Teilnehmers nahm den in der Abbildung dargestellten Geschwindigkeitsverlauf auf.



Dieser Zusammenhang zwischen der Geschwindigkeit und der Zeit lässt sich durch die Funktion v mit $v(t) = -70 \cdot e^{-0{,}313t} + 70$; $0 \le t \le 8{,}75$ modellieren. Verwenden Sie für die Bearbeitung der folgenden Aufgaben dieses Modell.

3.1 Nach wieviel Sekunden hat das Fahrzeug eine Geschwindigkeit von 100 km/ h erreicht? 4

3.2 Nach 8,75 Sekunden fährt das Fahrzeug durch das Ziel. Ermitteln Sie die Durchschnittsgeschwindigkeit des Fahrzeugs. Welche Länge hat die Rennstrecke? 5

40

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

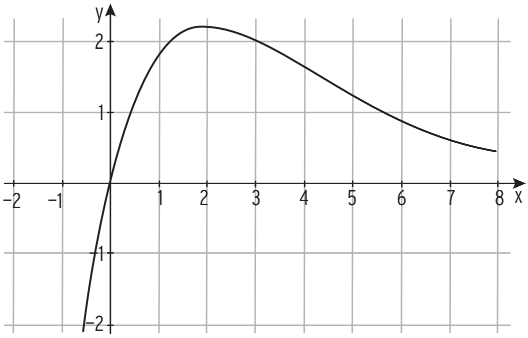
- angelehnt an die Hauptprüfung 2018 - **Lösungen Seite 263 - 271**

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

Die Abbildung zeigt einen Ausschnitt des Schaubilds K_f einer Funktion f. 5



Welche der folgenden Aussagen sind wahr bzw. falsch? Begründen Sie.

(1) Es gilt: $f''(1) < 0$.

(2) Die Steigung von f an der Stelle x = 0 ist kleiner als die durchschnittliche Änderungsrate von f im Intervall [0 ; 3].

(3) Das Schaubild jeder Stammfunktion F von f hat an der Stelle x = 0 einen Tiefpunkt.

$\overline{5}$

Pflichtteil Aufgabe 2

Analysis

Gegeben ist die Funktion h durch $h(x) = \cos(\pi \cdot x) + 1$ mit $x \in \mathbb{R}$.

a Skizzieren Sie das Schaubild von h für $0 \le x \le 4$. 2,5

b Berechnen Sie: $\int_0^2 h(x)\,dx$ 2,5

$\overline{5}$

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 3

Stochastik **Bewertungseinheiten (BE)**

In der norwegischen Hauptstadt Oslo ist jeder zehnte PKW ein Elektroauto.

Im Folgenden werden in Oslo zufällig vorbeifahrende PKW betrachtet.

a Drei PKW fahren vorbei. 3

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse:

A: Unter diesen PKW ist genau ein Elektroauto.

B: Unter diesen PKW ist mindestens ein Elektroauto.

b Definieren Sie die Zufallsvariable X und formulieren Sie im Sachzusammenhang ein Ereignis, dessen Wahrscheinlichkeit wie folgt berechnet werden kann: 2

$P(X \leq 2) = 0{,}9^{100} + 100 \cdot 0{,}1 \cdot 0{,}9^{99} + \binom{100}{2} \cdot 0{,}1^2 \cdot 0{,}9^{98}$

$\overline{5}$

Pflichtteil Aufgabe 4

Lineare Algebra

a Bestimmen Sie die Lösungsmenge des folgenden linearen Gleichungssystems: 3

$x_1 + x_2 + x_3 = 4$

$2x_1 - x_2 + 3x_3 = 3$

$3x_2 - x_3 = 5$

b Die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$ spannen ein Parallelogramm auf. 2

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms.

$\overline{5}$

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

Wahlteil Aufgabe 5

Stochastik (Auswahl I) **Bewertungseinheiten (BE)**

Erscheinen beim Wurf von fünf Würfeln fünf gleiche Zahlen, so spricht man von einem Kniffel.


Pauls erster Wurf

a Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, mit fünf idealen Würfeln einen Kniffel zu erhalten. 2

Erhält man ein Paar gleicher Zahlen und eine andere Zahl auf allen restlichen drei Würfeln, so spricht man vom Full House. Hat man beim ersten Wurf sein Ziel noch nicht erreicht, darf man einen zweiten Wurf wagen.

b Paul hat vier gleiche Zahlen gewürfelt, er benötigt jedoch ein Full House. Nun will er nur mit einem der vier Würfel mit gleicher Zahl weiterwürfeln. Jasmin schlägt vor, zusätzlich den Würfel mit der einzelnen Zahl zum Würfeln aufzunehmen.
Untersuchen Sie, wer die bessere Gewinnstrategie hat. 3

$\overline{5}$

Wahlteil Aufgabe 5 Stochastik (Auswahl II)

Ein Glücksrad besteht aus fünf gleich großen Sektoren. Einer der Sektoren ist mit „0“ beschriftet, einer mit „1“ und einer mit „2“, die beiden anderen Sektoren sind mit „9“ beschriftet.

a Das Glücksrad wird viermal gedreht. Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Zahlen 2, 0, 1 und 9 in der angegebenen Reihenfolge erzielt werden. 2

b Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Summe der erzielten Zahlen mindestens 11 beträgt. 3

$\overline{5}$

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

Wahlteil Aufgabe 5

Lineare Algebra (Auswahl III) **Bewertungseinheiten (BE)**

Gegeben sind die Ebene E: $4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9$ und

die Ebene H: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$.

a Begründen Sie, dass die Ebenen E und H nicht parallel zueinander sind. 2

b Ermitteln Sie eine Gleichung der Ursprungsgeraden, die sowohl zur Ebene E als auch zur Ebene H parallel ist. 3

$\overline{5}$

Wahlteil Aufgabe 5

Lineare Algebra (Auswahl IV)

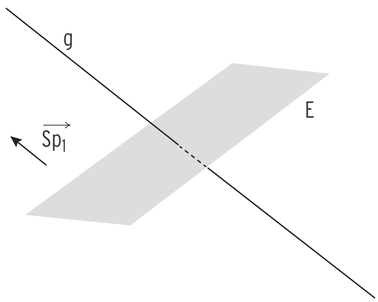
Die Gerade g : $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$ und die Ebene E: $x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 2$

schneiden sich im Punkt S.

a Berechnen Sie die Koordinaten von S. 3

b Der Punkt P_1 liegt auf g, aber nicht in E. Die Abbildung zeigt die Ebene E, die Gerade g sowie einen Repräsentanten des Vektors $\overrightarrow{SP_1}$. 2
Für den Punkt P_2 gilt: $\overrightarrow{OP_2} = \overrightarrow{OP_1} - 4 \cdot \overrightarrow{SP_1}$, wobei O den Koordinatenursprung bezeichnet.
Zeichnen Sie die Punkte S, P_1 und P_2 in die Abbildung ein.

$\overline{5}$



Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil A PLA

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.

Wahlteil Aufgabe 6

Analysis	Bewertungseinheiten (BE)
6 Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte.	
Die Verbindungsstrecken zweier nicht benachbarter Eckpunkte eines Vielecks werden Diagonalen genannt. Beispielsweise gibt es im Viereck zwei Diagonalen. Wie viele Diagonalen hat ein 100-Eck?	10
	$\overline{10}$

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

1.1 Der Graph einer ganzrationalen Funktion g dritten Grades mit Definitionsbereich $\mathbb{R}$ hat den Tiefpunkt $(0 \mid 0)$ und den Wendepunkt $(-\frac{1}{2} \mid \frac{5}{4})$.

a Bestimmen Sie einen Funktionsterm von g. 6
(zur Kontrolle: $g(x) = \frac{5}{2}x^2 \cdot (2x + 3)$)

b Betrachtet wird die Tangente an den Graphen von g in dessen Wendepunkt. Berechnen Sie die Größe des Winkels, unter dem diese Tangente die x-Achse schneidet. 3

Die Abbildung 1 zeigt den Graphen der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion h mit $h(x) = 5x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$.

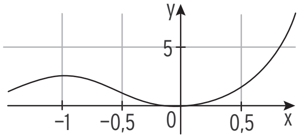


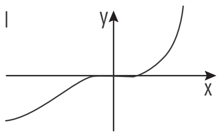
Abb. 1

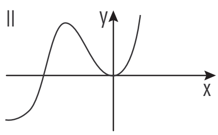
c Zeigen Sie, dass $h'(x) = 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$ ein Term der ersten Ableitungsfunktion von h ist. 3

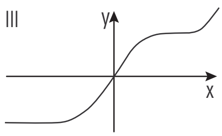
d Bestimmen Sie rechnerisch die Koordinaten der beiden Extrempunkte des Graphen von h. 3

e Es gilt $(h(1) - g(1)) \cdot (h(2) - g(2)) < 0$. Geben Sie die Bedeutung dieser Tatsache hinsichtlich der gegenseitigen Lage der Graphen von g und h im Bereich $1 < x < 2$ an. Begründen Sie Ihre Angabe. 3

f Entscheiden Sie, welcher der abgebildeten Graphen I, II und III die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion H mit $H(x) = \int_0^x h(t)dt$ darstellt. Begründen Sie Ihre Entscheidung. 3







Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

1.2 Der Luftdruck wird in Abhängigkeit von der Höhe über dem Meeresspiegel modellhaft mithilfe der Funktion p mit $p(x) = 1000e^{-\frac{x}{8}}$ und $x \in \mathbb{R}_0^+$ beschrieben werden. Dabei ist x die Höhe über dem Meeresspiegel in Kilometern und der Luftdruck in Hektopascal (hPa). Die Abbildung 2 zeigt den Graphen von p.

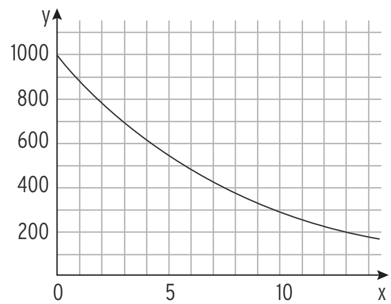


Abb. 2

a Bestimmen Sie grafisch die Höhe, in der der Luftdruck 650 hPa beträgt. Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen in der Abbildung 2. 2

b Zeigen Sie, dass eine Verringerung des Luftdrucks um die Hälfte auf eine Höhenänderung zurückzuführen ist, die unabhängig von der Ausgangshöhe ist. Geben Sie diese Höhenänderung an. 3

c Laut einer Faustregel sinkt der Luftdruck um 1 hPa, wenn die Höhe um 10m zunimmt. 4
Eine Gruppe von Bergsteigern misst in einer Höhe von 1785m einen Luftdruck von 800 hPa. Bestimmen Sie die Höhe, in der sich die Bergsteiger einige Zeit später befinden, wenn die Faustregel dafür 2785m liefert.

30

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 2

Stochastik **Bewertungseinheiten (BE)**

2.1
Ein Unternehmen stellt in großer Stückzahl technische Geräte her. Ein Viertel der hergestellten Geräte sind fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Geräte in einer Stichprobe soll modellhaft als binomialverteilt angenommen werden.

a 20 Geräte werden zufällig ausgewählt. Bestimmen Sie für folgende Ereignisse jeweils eine Wahrscheinlichkeit: 4
A: „Genau fünf Geräte sind fehlerhaft."
B: „Mehr als fünf Geräte sind fehlerhaft."
C: „Mindestens drei, aber weniger als acht Geräte sind fehlerhaft."

b Beschreiben Sie im Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term $1-(0{,}25^8 + 0{,}75^8)$ berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an. 3

Kurz nach einer Änderung im Herstellungsverfahren stellt das Unternehmen den Anteil fehlerhafter Geräte von 25 % infrage. Um bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % einen Schätzwert für den Anteil fehlerhafter Geräte zu ermitteln, wird eine Stichprobe von 100 Geräten betrachtet. Abbildung 1 zeigt die Graphen der folgenden für $p \in [0;1]$ definierten Funktionen:

$$f: p \to p - 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$$

$$g: p \to p + 1{,}96\sqrt{\frac{p(1-p)}{100}}$$

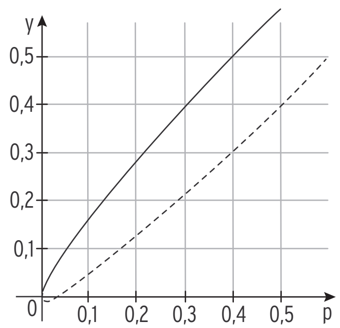


Abb. 1

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 2

Stochastik **Bewertungseinheiten (BE)**

c Bestimmen Sie grafisch alle möglichen Anzahlen fehlerhafter Geräte in der Stichprobe, für die bei einer Sicherheitswahrscheinlichkeit von 95 % jeweils Anlass dazu bestehen würde, die Korrektheit des gegebenen Anteils fehlerhafter Geräte infrage zu stellen. 3

d Die betrachtete Stichprobe enthält 19 fehlerhafte Geräte. Bestimmen Sie grafisch das zu dieser Anzahl gehörende Konfidenzintervall zur Sicherheitswahrscheinlichkeit 95 % 3

2.2
Eine binomialverteilte Zufallsgröße Y gibt für eine Trefferwahrscheinlichkeit p mit $0 \leq p \leq 1$ die Anzahl der Treffer bei 20 Versuchen an.

a Abbildung 2 zeigt die symmetrische Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße der Wertemenge $\{0; 1; 2; ...; 20\}$. 3

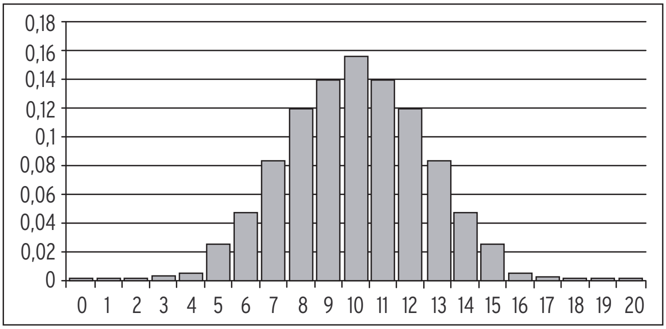


Abb. 2

Begründen Sie, dass es sich nicht um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln kann.

b Bestimmen Sie diejenigen Werte von p, für die die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Y den Wert 10 annimmt, 4,7% ist. 4

20

Musterprüfungsaufgabe 7 Mathematik eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 3 **Lineare Algebra** **Bewertungseinheiten (BE)**

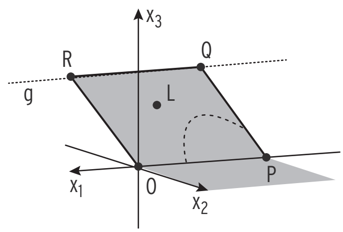
3 Gegeben sind der Punkt L $(-\frac{25}{4}|-8|\ 6)$

und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

a Begründen Sie, dass g parallel zur x_1-Achse und dabei nicht durch L verläuft. 2

b L und g liegen in der Ebene E. Ermitteln Sie eine Gleichung von E in Koordinatenform. (zur Kontrolle: $3x_2 + 4x_3 = 0$) 4

In der Abbildung ist neben L und g das Viereck OPQR dargestellt, dessen Eckpunkte $O(0|0|0)$, $P(-\frac{25}{2}|\ 0|\ 0)$, $Q(-\frac{25}{2}|-12|\ 9)$ und $R(0|-12|\ 9)$ in E liegen.
Q und R liegen außerdem auf g.



c Begründen Sie, dass OPQR ein Rechteck ist. 2

d Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man die Koordinaten des Punkts S ermitteln könnte, für den das Viereck OPSR ein ebenes Drachenviereck ist. 3

Im Folgenden wird der in der Abbildung gestrichelt dargestellte Teil des Wegs eines Minigolfballs betrachtet. Der Ball soll im Folgenden als punktförmig angenommen werden.
Seine Positionen auf dem dargestellten Teil des Wegs können durch Punkte $B_k(-5-3k\ |-8k+\frac{8}{3}k^2\ |\ 6k-2k^2)$ mit geeigneten Werten von $k \in \mathbb{R}$ beschrieben werden.

e Weisen Sie nach, dass der Ball auf dem betrachteten Teil seines Wegs durchgehend Kontakt zur Minigolfbahn hat. 2

f Berechnen Sie im Modell die Koordinaten des Punkts, in dem der Ball auf die seitliche Begrenzung der Minigolfbahn trifft. 4

g Ermitteln Sie die maximale Höhe über dem Untergrund, die der Ball erreicht. 3

20

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

www.mvurl.de/f6gd

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis

(1) Die Aussage ist wahr. Das Schaubild K_f ist in $P(1 \mid f(1))$ rechtsgekrümmt denn die Steigung von f nimmt hier ab.

(2) Die Aussage ist falsch. Die Steigung von K_f in $x = 0$ ist größer als 1 und damit größer als die durchschnittliche Änderungsrate („mittlere Steigung“) im Intervall [0; 3], welche ca. $\frac{2}{3}$ beträgt.

(3) Die Aussage ist wahr. Die Funktion f, welche die Ableitung jeder Stammfunktion von F darstellt ($F'(x) = f(x)$), hat in $x = 0$ eine Nullstelle mit einem Vorzeichenwechsel von − nach +.

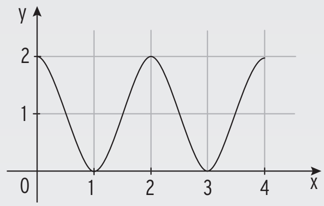
Pflichtteil Aufgabe 2

Analysis

a Schaubild von h mit

$h(x) = \cos(\pi \cdot x) + 1$ für $0 \leq x \leq 4$.

Periodenlänge: $p = \frac{2\pi}{\pi} = 2$



b $\int_0^2 h(x)\,dx = \int_0^2 (\cos(\pi \cdot x) + 1)\,dx$

$= \left[\frac{1}{\pi} \cdot \sin(\pi \cdot x) + x\right]_0^2 = \frac{1}{\pi} \cdot \sin(\pi \cdot 2) + 2 - \frac{1}{\pi} \cdot \sin(0) = \frac{1}{\pi} \cdot 0 + 2 - (\frac{1}{\pi} \cdot 0) = 2$

Pflichtteil Aufgabe 3 Stochastik

www.mvurl.de/5j4j

a X: Anzahl der Elektroautos unter 3 zufällig vorbeifahrenden PKW;

X ist binomialverteilt mit $n = 3$ und $p = 0{,}1$;

$P(A) = P(X = 1) = \binom{3}{1} \cdot 0{,}1^1 \cdot 0{,}9^2 = 0{,}243$

Hinweis: $\binom{3}{1} = \frac{3!}{1!/(3-1)!} = \frac{6}{2} = 3$ bzw. es gibt 3 mögliche Anordnungen für ein Elektroauto und zwei Autos, die keine Elektroautos sind.

$P(B) = 1 - P(\overline{B}) = 1 - P(\text{kein Elektroauto}) = 1 - 0{,}9^3 = 1 - 0{,}729 = 0{,}271$

b X: Anzahl der Elektroautos unter 100 zufällig vorbeifahrenden PKW.

Ereignis: Unter 100 zufällig vorbeifahrenden PKW befinden sich höchstens zwei Elektroautos. Hinweis: $\binom{100}{0} = 1$; $\binom{100}{1} = 100$

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 4

Lineare Algebra: Vektorgeometrie

a LGS in Matrixform: $\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 2 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \end{array}\right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 4 \\ 0 & 3 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

Es liegt eine „Nullzeile" vor. Das LGS hat also unendlich viele Lösungen.

Bestimmung des Lösungsvektors:

Setzen von $x_2 = t$ ($t \in \mathbb{R}$);

Einsetzen in 2. Zeile: $3x_2 - x_3 = 5$: $\Leftrightarrow$ $x_3 = 3t - 5$

www.mvurl.de/bjua

Einsetzen in 1. Zeile $x_1 + x_2 - x_3 = 4$: $x_1 + t + 3t - 5 = 4 \Leftrightarrow x_1 = -4t + 9$

Lösungsvektor: $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4t + 9 \\ t \\ 3t - 5 \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

Hinweis: Setzen von $x_3 = t$ ($t \in \mathbb{R}$) führt zu $x_2 = \frac{t+5}{3}$ und $x_1 = \frac{-4t+7}{3}$

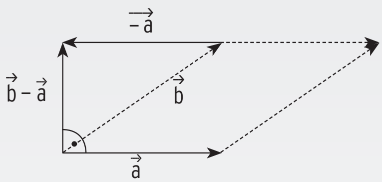
Lösungsvektor: $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{-4t+7}{3} \\ \frac{t+5}{3} \\ t \end{pmatrix}$; $t \in \mathbb{R}$

b $\vec{b} - \vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix}$

Zwei Vektoren sind orthogonal zueinander, wenn das Skalarprodukt den Wert 0 hat: $(\vec{b} - \vec{a}) \cdot \vec{a} = \begin{pmatrix} -3 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} = -3 \cdot 0 + 0 \cdot 2 + 4 \cdot 0 = 0$

Somit sind die Vektoren $(\vec{b} - \vec{a})$ und $\vec{a}$ orthogonal zueinander.

An der Skizze ist erkennbar, dass die Länge des Vektors $(\vec{b} - \vec{a})$ der Höhe des Parallelogramms entspricht.



$A = |\vec{a}| \cdot |\vec{b} - \vec{a}| = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$

Der Flächeninhalt des Parallelogramms ist damit 10.

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil A ohne Hilfsmittel

Wahlteil Aufgabe 5

Stochastik (Auswahl I)

a $P(\text{Kniffel}) = 1 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^4$ Im 1. Wurf kann jede Zahl fallen.

b Paul muss die einzelne Zahl zum zweiten Mal würfeln. Diese ist damit vorgegeben: P_1 (Full House) = $\frac{1}{6}$

Jasmin kann eine der fünf übrigen Zahlen würfeln und muss diese Zahl auf dem zweiten geworfenen Würfel wiederholen.

P_2 (Full House) = $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{5}{36}$

Da $\frac{5}{36} < \frac{1}{6}$, hat Paul die bessere Strategie.

Wahlteil Aufgabe 5

Stochastik (Auswahl II)

a $P(0) = P(1) = P(2) = \frac{1}{5}$; $P(9) = \frac{2}{5}$ $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \frac{2}{5} = \frac{2}{625}$

b Möglichkeiten: (2;9), (9; 2), (9; 9) $\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} + 2 \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{8}{25}$

Wahlteil Aufgabe 5
Lineare Algebra (Auswahl III)

E: $4x_1 - x_2 + 2x_3 = 9$; H: $x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$

a Normalenvektor von E: $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$; Normalenvektor von H: $\begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$;

$\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ Diese Gleichung hat keine Lösung.

Die Normalenvektoren der Ebenen E und H sind nicht kollinear.
Damit verlaufen die beiden Ebenen nicht parallel zueinander.

b Der Richtungsvektor der Geraden kann z. B. aus dem Vektorprodukt der Normalenvektoren ermittelt werden. $\begin{pmatrix} 4 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$

Dieser Vektor ist Richtungsvektor der Schnittgeraden, er steht senkrecht auf beiden Normalenvektoren: g: $\vec{x} = r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ -7 \end{pmatrix}$; $r \in \mathbb{R}$

g verläuft parallel zu E und zu H.

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

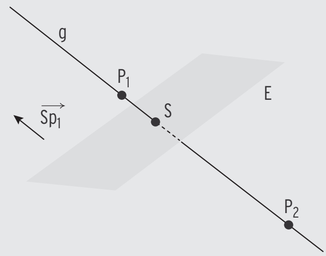
Teil A ohne Hilfsmittel

Wahlteil Aufgabe 5
Lineare Algebra (Auswahl IV)

a g in E einsetzen: $2r + 2(2 + 4r) - 2r = 2 \quad \Rightarrow r = -\frac{1}{4}$,

d.h. $S(-\frac{1}{2}\,|1\,|-\frac{1}{4})$

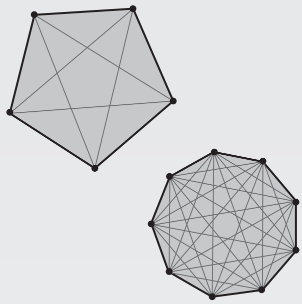
b Hinweis: $-\overrightarrow{SP_1}$



Teil A PLA

Wahlteil Aufgabe 6 Analysis

Analyse bspw. anhand einer informativen Zeichnung.



Mustererkennung anhand von Beispielen.
5-Eck: Von jeder der 5 Ecken gehen zwei Diagonalen ab, da die Ecke nicht mit sich selbst, sowie nicht mit den beiden benachbarten Ecken verbunden ist.
Dies führt zunächst auf 10 Diagonalen, wobei jede Diagonale jedoch doppelt berücksichtigt wurde, da sie ja zwei Punkte verbindet.
Anzahl Diagonalen im 5-Eck: $\frac{5 \cdot 2}{2} = 5$
9-Eck: Von jeder der 9 Ecken gehen 6 (= 9 – 3) Diagonalen ab, wobei so wiederum jede Diagonal doppelt berücksichtigt wird.
Anzahl Diagonalen im 9-Eck: $\frac{9 \cdot 6}{2} = 27$

Verallgemeinerung für ein n-Eck: Von jeder der n Ecken gehen (n – 3) Diagonalen ab, wobei so wiederum jede Diagonal doppelt berücksichtigt wird.
Anzahl Diagonalen im n-Eck: $\frac{n \cdot (n-3)}{2}$
Bei einem 100-Eck gibt es also $\frac{100 \cdot 97}{2} = 4850$ Diagonalen

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis

www.mvurl.de/r4bc

1.1 a Der gesuchte Term hat die Form $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Da $(0 \mid 0)$ Tiefpunkt ist, gilt $c = d = 0$.

Damit: $g'(x) = 3ax^2 + 2bx$, $g''(x) = 6ax + 2b$

Mit $g(-\frac{1}{2}) = -\frac{1}{8}a + \frac{1}{4}b = \frac{5}{4} \Rightarrow \quad 2b = a + 10$

Mit $g''(-\frac{1}{2}) = -3a + a + 10 = 0$ ergibt $a = 5$ und damit $b = \frac{15}{2}$

b $\tan(\alpha) = g'(-\frac{1}{2}) = -\frac{15}{4}$ d.h. $\alpha = 75°$

Die Größe des Winkels beträgt etwa 75°.

c $h'(x) = 10x \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} + 5x^2 \cdot 2x^2 \cdot e^{\frac{2}{3}x^3} = 10x \cdot (1 + x^3) \cdot e^{\frac{2}{3}x^3}$

Anwendung von Produkt -und Kettenregel

d $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \vee x = 0$ und $h(-1) = 5e^{-\frac{2}{3}}$; $h(0) = 0$

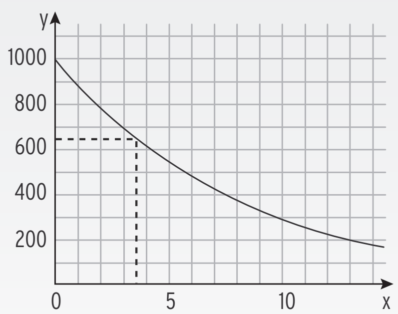
Damit: $(-1 \mid 5e^{-\frac{2}{3}})$; $(0 \mid 0)$

e Da das Produkt negativ ist, haben die beiden Differenzen unterschiedliche Vorzeichen. Damit haben die Graphen von g und h im angegebenen Bereich mindestens einen Schnittpunkt.

f Es gilt $H'(x) = h(x)$. Da $h(x) \geq 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ sowie $h(0) = 0$, ist der Graph von H monoton steigend und dessen Steigung für $x = 0$ null.

Dies gilt nur für den Graphen I.

1.2 a Die Höhe, in der der Luftdruck 650 hPa beträgt, ist etwa 3,4 km.



Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis

b $p(x + d) = \frac{1}{2}\,p(x)$

$1000e^{-\frac{x+d}{8}} = 500e^{-\frac{x}{8}}$ Hinweis: $e^{-\frac{x+d}{8}} = e^{-\frac{x}{8}} \cdot e^{-\frac{d}{8}}$

$e^{-\frac{d}{8}} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow d = 8\ln 2$

Die Höhenänderung beträgt etwa 5,5 km.

c $1000e^{-\frac{x}{8}} = p(1{,}785) - 100$ liefert $x = -8\ln\frac{p(1{,}785) - 100}{1000} \approx 2{,}85$

Die Bergsteiger befinden sich in einer Höhe von etwa 2850 m.

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 2

www.mvurl.de/j1o4

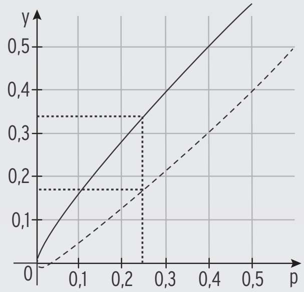
Stochastik

2.1

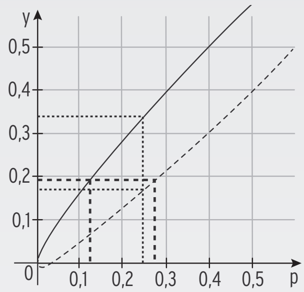
a $P(A) \approx 20{,}2\%$, $P(B) \approx 1-0{,}6172 \approx 38{,}3\%$, $P(C) \approx 0{,}8982-0{,}0913 \approx 80{,}7\%$ 5

b Zufallsexperiment: „Acht Geräte werden zufällig ausgewählt."
Ereignis: „Von den ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft und mindestens eines nicht fehlerhaft."

c Wäre die Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe kleiner als 17 oder größer als 33, so würde Anlass dazu bestehen, die Korrektheit des gegebenen Anteils infrage zu stellen.



d Für das zur gegebenen Anzahl fehlerhafter Geräte in der Stichprobe gehörende Konfidenzintervall ergibt sich näherungsweise [0,13;0,28].



2.2

a Würde es sich um die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y handeln, so wäre p= 0,5. Es gilt $B(20;0{,}5;10) \approx 0{,}176$.
Die abgebildete Wahrscheinlichkeitsverteilung zeigt für 10 Treffer jedoch eine Wahrscheinlichkeit, die kleiner als 0,16 ist.

b $\binom{20}{10} \cdot p^{10} \cdot (1-p)^{10} = 0{,}047$ liefert $p \approx 0{,}32$ oder $p \approx 0{,}68$

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 3

www.mvurl.de/cigw

Lineare Algebra

3 $L\left(-\frac{25}{4} \,\middle|\, -8 \,\middle|\, 6\right)$; Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix} + a \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$, $a \in \mathbb{R}$.

a Der Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ von g gibt auch die Richtung der x_1 -Achse an.

Wegen $-12+a \cdot 0 \neq -8$ für alle $a \in \mathbb{R}$ verläuft g nicht durch L.

b $\begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -\frac{25}{4} \\ -8 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{25}{4} \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\begin{pmatrix} \frac{25}{4} \\ -4 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0 \wedge \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{pmatrix} = 0$ liefert $n_1 = 0$ und damit $-4n_2 + 3n_3 = 0$,

d. h. $\begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix}$ ist ein Normalenvektor von E. Die Gleichung von E hat also die

Form $3x_2 + 4x_3 = b$.

Punktprobe mit L: $L \in E \Leftrightarrow b = 3 \cdot (-8) + 4 \cdot 6 = 0$

c Da O und P auf der x_1-Achse sowie Q und R auf g liegen, sind $\overline{OP}$ und $\overline{QR}$

parallel zueinander. Wegen $\overrightarrow{OR} = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix}$ stehen $\overline{OR}$ und $\overline{PQ}$ senkrecht

zur x_1-Achse.

d Man bestimmt die Koordinaten des Schnittpunkts F der Gerade durch P und R mit der Ebene, die senkrecht zu dieser Gerade steht und den Punkt O enthält.
Damit liefert $\overrightarrow{OS} = 2\,\overrightarrow{OF}$ die Koordinaten von S.

Lösungen Musterprüfungsaufgabe 7 eAN

Teil B (mit Hilfsmittel)

Pflichtteil Aufgabe 3

Lineare Algebra

e Da $3\cdot(-8k + \frac{8}{3}k^2) + 4\cdot(6k - 2k^2) = 0$ für alle $k \in \mathbb{R}$, liegen alle Punkte B_k in E.

f Gerade durch P und Q: $\vec{x} = \begin{pmatrix} -\frac{25}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix}$; $d \in \mathbb{R}$

$\begin{pmatrix} -5-3k \\ -8k+\frac{8}{3}k^2 \\ 6k-2k^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{25}{2} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + d \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -12 \\ 9 \end{pmatrix}$ liefert $k = \frac{5}{2}$.

Damit: $(-\frac{25}{2}|-\frac{10}{3}|\frac{5}{2})$

g Die Höhe des Balls über dem Untergrund kann mithilfe der Funktion h mit

$h(k) = 6k - 2k^2$ beschrieben werden.

$h'(k) = 6-4k = 0 \Leftrightarrow k = 3$

$h(\frac{3}{2}) = 4{,}5$, d. h. der Ball erreicht eine maximale Höhe von 45 cm über dem Untergrund.

IV Abiturprüfung 2024 mit Lösungen

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Pflichtteil Aufgabe 1

Analysis **Bewertungseinheiten (BE)**

Gegeben ist eine im Intervall [− 4; 4] definierte Polynomfunktion f vom Grad 3, deren Graph K punktsymmetrisch zum Ursprung ist und die x-Achse im Punkt N(4 | 0) schneidet. Der Wertebereich von f ist $W_f = [-2; 2]$.

a	Skizzieren Sie den Graphen der Funktion f, wenn bekannt ist, dass $f'(0) < 0$ gilt.	3
b	Bestimmen Sie eine Funktionsgleichung einer trigonometrischen Funktion g, sodass f und g im Intervall [− 4; 4] dieselben Nullstellen haben.	2
		$\overline{5}$

Pflichtteil Aufgabe 2

Analysis

Gegeben ist die in ℝ definierte Funktion f mit $f(x) = -2x + e^{4x}$.

a	Geben Sie eine Gleichung der Asymptote des Graphen von f an.	1
b	Bestimmen Sie den x-Wert, an dem der Graph von f die Steigung 2 hat.	2
c	Zeigen Sie, dass der Graph von f keinen Wendepunkt hat.	2
		$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

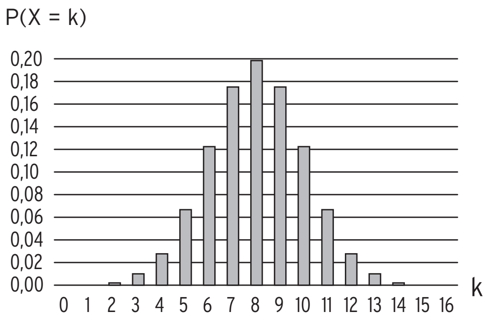
Teil A ohne Hilfsmittel Pflichtteil Aufgabe 3 BE

Stochastik

Eine Urne enthält 15 weiße und 15 rote Kugeln. Aus dieser wird 16-mal mit Zurücklegen gezogen.

Die Zufallsvariable X gibt die Anzahl der gezogenen weißen Kugeln an.

Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X.



a Geben Sie den Erwartungswert von X an. 1

b Bestimmen Sie mit Hilfe von Werten aus der Abbildung näherungsweise die Wahrscheinlichkeit $P(6 \le X \le 7)$. 2

c Die Zufallsgröße Y gibt die Anzahl der gezogenen roten Kugeln an. Erläutern Sie, warum die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ebenfalls durch die Abbildung oben dargestellt werden kann. 2

$\overline{5}$

Teil A ohne Hilfsmittel Pflichtteil Aufgabe 4

Lineare Algebra

Gegeben sind die Punkte $A(1 \mid 3 \mid 3)$, $B(9 \mid -1 \mid -5)$, $C(3 \mid 5 \mid -5)$ und $M(5 \mid 1 \mid -1)$.

a Weisen Sie folgende Sachverhalte nach: 2

(1) Der Punkt M ist Mittelpunkt der Strecke AB.

(2) Die Vektoren $\overrightarrow{AM}$ und $\overrightarrow{MC}$ schließen einen rechten Winkel ein.

b Bestimmen Sie die Koordinaten eines Punktes, der doppelt so weit vom Punkt M entfernt ist wie vom Punkt C. 3

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

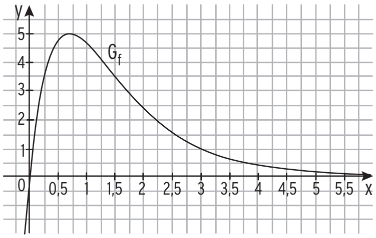
Wahlteil Aufgabe 5

Analysis (Auswahl I) **BE**

Die Abbildung zeigt den Graphen G_f der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion

$f: x \mapsto e^{-x} - e^{-2x}$.

G_f schneidet die x-Achse an der Stelle $x_1 = 0$ und hat einen Hochpunkt an der Stelle x_H.



a Weisen Sie rechnerisch nach, dass x_1 die einzige Nullstelle von f ist. 2

b Entscheiden Sie mit Hilfe der Abbildung, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie jeweils Ihre Entscheidung. 3

(1) $f''(0{,}5) > 0$

(2) $\int_0^2 f(x)\,dx < 2 \cdot f(x_H)$

$\overline{5}$

Analysis (Auswahl II)

Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = (x^2 - 4) \cdot (x - 1)$ mit $x \in \mathbb{R}$.

Ihr Graph ist K_f.

a Geben Sie die Nullstellen von f an. 1

b Betrachtet wird die Tangente an K_f im Schnittpunkt von K_f mit der y-Achse. 4

Zeigen Sie, dass diese Tangente mit K_f einen gemeinsamen Punkt auf der x-Achse hat.

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A ohne Hilfsmittel

Entweder zwei Aufgaben 5 oder eine Aufgabe PLA wählen.

Wahlteil Aufgabe 5 **BE**

Lineare Algebra (Auswahl III)

Gegeben sind die beiden 2×2-Matrizen A und B sowie der Vektor $\vec{v}$.

$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 1 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$

a Zeigen Sie rechnerisch, dass B eine inverse Matrix zu A ist. 2

b Geben Sie im Kontext eine mögliche Fragestellung an, die durch die Lösung des folgenden Gleichungssystems beantwortet werden kann. 3

$2v_1 - v_2 = 1$

$-3v_1 + v_2 = 2$

$\overline{5}$

Lineare Algebra (Auswahl IV)

Für eine reelle Zahl a ist die Gerade g durch g: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ a \end{pmatrix}$ mit $t \in \mathbb{R}$ gegeben.

Außerdem wird die Ebene E beschrieben durch E: $x_1 + x_2 = 3$.

a Bestimmen Sie den Wert von a so, dass sich g und E orthogonal schneiden. 2

b Für a = 1,5 schneidet g die x_1-Achse im Punkt P und die Ebene E im Punkt S(1 | 2 | 3). Zudem ist der Punkt Q (1 | 2 | 0) bekannt. Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks PQS. 3

$\overline{5}$

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil A Problemlöseaufgabe (PLA)

(entweder zwei Aufgaben 5 oder Aufgabe 6 auswählen)

Diese Aufgabe 6 kann in Teil B (mit Hilfsmittel) übernommen und dort bearbeitet werden.

Wahlteil Aufgabe 6	**BE**
Stochastik	
Bearbeiten Sie die folgende Aufgabe unter Berücksichtigung der einzelnen Problemlöseschritte. Dokumentieren und reflektieren Sie Ihre Vorgehensweise.	
Drei zufällig mit derselben Wahrscheinlichkeit gewählte, verschiedene Eckpunkte eines regelmäßigen Fünfecks (d. h. alle Seiten sind gleich lang, alle Innenwinkel betragen 108°) werden zu einem Dreieck verbunden. Untersuchen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit der Mittelpunkt des Fünfecks innerhalb des Dreiecks liegt.	10
	10

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

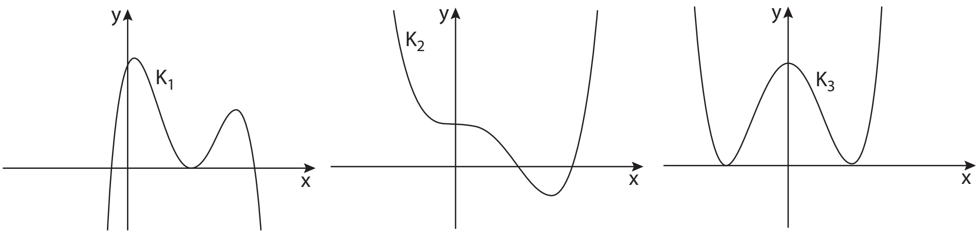
Teil B (mit Hilfsmitteln)

Analysis

Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I **Bewertungseinheiten (BE)**

1.1 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f durch $f(x) = \frac{1}{12}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{4}{3}$.
Ihr Graph ist K.

a Einer der drei Graphen stellt K dar. 6
Beurteilen Sie für jeden Graph, ob es sich um K handeln kann.



b Berechnen Sie die Koordinaten aller Punkte, an denen K eine waagrechte Tangente hat. 5
Geben Sie für jeden dieser Punkte an, ob es sich um einen Hoch-, Tief- oder Sattelpunkt handelt.

c Weisen Sie nach, dass f bei x = 2 eine Nullstelle hat. 1

Neben dem Wendepunkt $W(2 \mid 0)$ besitzt K einen weiteren Wendepunkt $S(0 \mid f(0))$. Der Punkt $P(1 \mid \frac{4}{3})$ liegt oberhalb des Graphen von f.

d Weisen Sie nach, dass sich die beiden Wendetangenten im Punkt P schneiden. 6

e Das Dreieck PSW wird von K in zwei Teile geteilt. 4
Berechnen Sie den Flächeninhalt der Teilfläche oberhalb von K.

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Analysis Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I

1.2 Die CO_2-Konzentration der Atmosphäre wird seit 1958 durchgehend gemessen. Dabei sind die jährlichen Durchschnittswerte der Jahre 2012 bis 2022 in folgender Tabelle eingetragen. Die CO_2-Konzentration wird in Millionstel (ppm, „parts per million“) angegeben.

Jahr	CO_2 (ppm)
2012	394,06
2013	396,74
2014	398,81
2015	401,01
2016	404,41
2017	406,76
2018	408,72
2019	411,65
2020	414,21
2021	416,41
2022	418,53

Quelle:
Dr. Pieter Tans, NOAA/GML and Dr. Ralph Keeling, Scripps Institution of Oceanography
URL: https://gml.noaa.gov/ccgg/trends/data.html, heruntergeladen am 15.05.2023

a Bestimmen Sie die durchschnittliche Änderungsrate der CO_2-Konzentration im Zeitraum 2012 bis 2022. 2

b Ermitteln Sie ein mathematisches Modell für den gegebenen Verlauf der CO_2-Konzentration. Geben Sie dazu eine geeignete Funktionsgleichung an. Begründen Sie Ihre Auswahl. 6

c Berechnen Sie die CO_2-Konzentration, die laut Ihrem Modell im Jahr 2100 zu erwarten ist. 2

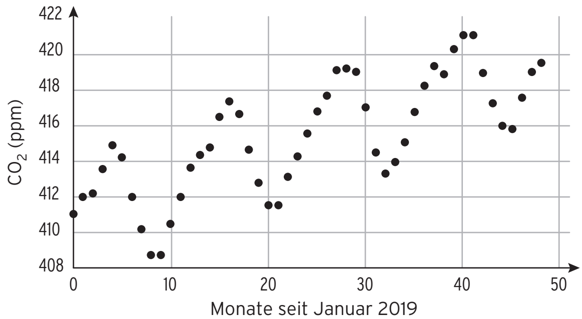
d Deuten Sie im Sachzusammenhang, warum ein mathematisches Modell, das auf Messungen innerhalb der Jahre 2012 bis 2022 beruht, nicht grundsätzlich für eine Vorhersage der CO_2-Konzentration im Jahr 2100 verwendet werden kann. 3

Hauptprüfung 2024 Berufliches Gymnasium Mathematik (eAN)

Teil B (mit Hilfsmitteln)

Analysis Aufgabe 1 – Lehrerauswahl I

Der Verlauf der monatlichen Mittelwerte der CO_2-Konzentration ist für die Jahre 2019 bis 2022 in der Abbildung dargestellt. Darin sind neben dem langfristigen Trend auch die Schwankungen innerhalb eines Jahres zu erkennen.



e Entscheiden Sie, welche der folgenden Funktionen den abgebildeten Zusammenhang am besten wiedergibt. 5

Begründen Sie Ihre Auswahl.

$f(x) = 0{,}19x + 2{,}95 \cdot \sin(0{,}53 \cdot (x - 0{,}17)) + 410{,}7$

$g(x) = 3{,}14 \cdot \sin(0{,}53 \cdot (x + 0{,}14)) + 415{,}3$

$h(x) = 0{,}21x \cdot 2{,}84 \cdot \sin(0{,}51 \cdot (x - 0{,}24)) + 411{,}2$

$j(x) = 0{,}18x + 3{,}09 \cdot \sin(1{,}29 \cdot (x - 0{,}09)) + 409{,}2$

40